

=====МАТЕРИАЛЫ ВТОРОЙ НАЦИОНАЛЬНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ=====
===== «МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОЛОГИИ»=====

УДК: 57+57–1

Нейросетевой анализ взаимозависимостей параметров почвенного покрова

© 2012 Барцев С.И.^{*1}, Почекутов А.А.^{**1}, Припутина И.В.^{***2}

¹ Сибирское отделение Российской академии наук Институт биофизики, Красноярск, 660036, Россия

² Учреждение Российской академии наук Институт физико–химических и биологических проблем почвоведения РАН, Пушкино, Московская обл., 142290, Россия

Аннотация. Для оценки возможности редукции количества почвенных показателей при описании общего количества органического веществ в почве (ОВП) проведен нейросетевой анализ региональных почвенных баз данных. Показано, что для качественного прогноза содержания ОВП достаточно двух-трех почвенных показателей. При этом для реализации этого прогноза достаточно, чтобы нейронная сеть состояла из четырех нейронов. Полученные результаты указывают на возможность представления выявленных зависимостей в виде относительно простых математических формул. Это дает основание рассчитывать, если не на простоту возможной математической модели формирования почвы, то на простой вид зависимости стационарных состояний этой модели от рассмотренных в работе почвенных показателей.

Ключевые слова: нейросетевой анализ параметров почвы, запасы органического углерода почвы.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи прогнозирования реакции почвенного покрова на внешние воздействия приобретают особую актуальность в условиях глобального изменения климата. Однако построение математических моделей, описывающих динамику почв, осложнено отсутствием данных о реальной динамике почвенных показателей на протяжении характерных времен порядка 500 лет. Модели почвообразования, как правило, содержат значительное количество параметров. Вместе с тем, чем проще математическая модель, описывающая реальную систему, тем больший вклад она вносит в понимание механизмов функционирования исследуемой системы и тем больше возможностей ее практического применения. Поэтому актуальна задача выбора минимально необходимого набора независимых факторов, позволяющего адекватно описывать почвенные процессы.

Для моделирования процессов формирования почвы широко применяются балансовые модели и линейные кинетические модели трансформации почвенного органического вещества (далее ОВП) [1]. В балансовых моделях почва описывается как совокупность блоков-резервуаров, связанных потоками вещества. Примером такой модели может быть минерализационно-гумификационная подсистема цикла углерода в

* bartsev@yandex.ru

** a-a-po@mail.ru

*** v_35_6@rambler.ru

книге [2]. Однако подобные модели не пригодны для прогнозирования динамики ОВП во времени и при изменении условий, влияющих на скорости почвенных процессов.

Для описания динамики трансформации ОВП применяются линейные [1, 3–7] и нелинейные [8–10] кинетические модели различной степени сложности. Но, даже при малом количестве уравнений и переменных, такие модели демонстрируют сложное поведение. В то же время, в почвоведении отмечается, что многие параметры, которыми описывается почва, взаимосвязаны и взаимозависимы. Развитие концептуальных моделей комплексного изменения параметров почвы в процессе педогенеза рассмотрено в обзоре [11]. Взаимосвязанность почвенных характеристик даёт основание для поисков функциональных связей между параметрами почвы.

Для количественного выражения взаимосвязи почвенных параметров получил распространение подход, основанный на использовании так называемых педотрансферных функций (далее ПТФ). В общем понимании этого термина, ПТФ называют функции пересчёта одних почвенных показателей (свойств-предикторов) в другие. Как правило, ПТФ широко применяются для расчёта значений параметров почвы, прямое экспериментальное измерение которых затруднительно, но может быть рассчитано по значениям более легко измеримых параметров [12, 13, 14]. Довольно часто ПТФ получают методом множественной линейной регрессии, когда значение предсказываемого параметра выражается как линейная комбинация значений свойств-предикторов. В некоторых работах также применяются и сравниваются с линейной регрессией более сложные регрессионные методы, например, метод расширенной нелинейной регрессии [15], метод внешне несвязанных регрессионных уравнений [16].

Другим методом построения ПТФ является нейросетевой анализ. Нейронная сеть, после обучения на некотором наборе данных, содержащих значения свойств-предикторов и соответствующие им значения предсказываемых свойств, работает как ПТФ, позволяя по значениям предикторов на входе получать на выходе значение предсказываемого свойства. Во многих работах применяются оба эти метода, и сравнивается точность полученных ПТФ [15–18]. ПТФ Реализованные в виде нейронной сети, обычно показывают несколько большую точность оценок, по сравнению с ПТФ, вычисляемых регрессионными методами, хотя в работе [15] отмечалась лучшая точность ПТФ, построенных с использованием нелинейной регрессии.

Применение нейронных сетей для вычисления содержания ОВП по другим почвенным данным и параметрам окружающей среды описано в ряде работ [19–23]. В качестве исходных данных для вычисления содержания ОВП могут быть использованы различные наборы как собственно почвенных показателей, так и климатические и топографические характеристики местности [19, 20], а также данные лабораторной и спутниковой спектроскопии [21–23]. Однако в отмеченных работах не ставилась задача определения минимального набора предикторов и минимального числа нейронов сети. В то же время эти показатели дают пусть не совсем формализованную, но достаточную для сравнительного анализа оценку сложности искомого ПТФ. Зная минимальную сложность ПТФ, можно ориентировочно предсказать сложность математической модели формирования почвы.

Высокая эффективность нейронных сетей при построении ПТФ естественным образом объясняется тем, что они осуществляют многомерную нелинейную регрессию. Причем точность регрессии и аппроксимирующие возможности сети можно регулировать, изменяя количество формальных нейронов, используемых в вычислениях. В дополнение к эффективности, нейронные сети позволяют определять значимость свойств-предикторов для вычисления искомого свойства и ранжировать свойства-предикторы по значимости. Именно эти причины обусловили применение нейронной сети для достижения цели данной работы – получения количественной

оценки сложности взаимосвязи почвенных параметров в базах почвенных данных и редукции числа входных данных до минимального.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

1. Характеристика баз данных

В работе использованы две разномасштабные базы данных, отличающиеся принципом их формирования. База данных почв европейской части РФ (далее БД ЕТР) синтезирована на основе почвенной карты FAO (*Food and Agriculture Organization of the United Nations*) и литературных данных и насчитывает более 7 тысяч записей по 16-ти содержательным полям [24]. Электронная версия этой базы данных была предоставлена ИФХиБПП РАН для выполнения исследований по Конвенции о трансграничном загрязнении воздуха на большие расстояния (Convention on LRTAP; <http://www.rivm.nl/cse>). В таблице 1 приведен список показателей, включенных в БД ЕТР, анализ взаимовлияния которых обсуждается в данной статье.

Таблица 1. Почвенные и физико-географические показатели, включенные в БД ЕТР (соответствующие условные обозначения используются на приводимых в статье графиках)

Обозначение в БД ЕТР	Экологический или физико-химический смысл	Единицы измерения
<i>Lon</i>	Координата долготы	-
<i>Lat</i>	Координата широты	-
<i>Cpool</i>	Запасы органического вещества ($C_{орг.}$) в почве	г/м²
<i>rho</i>	Объемный вес почвы	г/м ³
<i>BCdep</i>	Поступление основных катионов с атмосферными выпадениями	г-экв./га в год
<i>Bcupt</i>	Вынос катионов (Ca, Mg, K) из почвы с продукцией фитомассы	г-экв./га в год
<i>BCwe</i>	Внутрипочвенное выветривание основных катионов (Ca, Mg, K, Na)	г-экв./га в год
<i>Qle</i>	Средний слой внутрипочвенной инфильтрации осадков	мм в год
<i>lgK_{Alox}</i>	Константа равновесия Al/H в почве	дес. логарифм
<i>cOrgacids</i>	Концентрация органических кислот в почве	г-экв./м ³
<i>Nupt</i>	Вынос N из почвы с продукцией фитомассы	г-экв./га в год
<i>fde</i>	Коэффициент денитрификации	-
<i>CEC</i>	Емкость катионного обмена	мг-экв./кг
<i>EBC</i>	Степень насыщенности почв основаниями	-
<i>lgK_{AlBc}</i>	Константа обмена Al vs. Bc в почве	дес. логарифм
<i>lgK_{HBc}</i>	Константа обмена H vs. Bc в почве	дес. логарифм
<i>CNrat</i>	Отношение C/N в гумусовом горизонте	-

Другая база данных представляет собой краткую характеристику почв юга Московской области (далее БД МО). Она составлена по результатам полевых и химико-аналитических исследований, выполненных в ИФХиБПП РАН, и включает около 160 записей для 12 показателей. Включенные в нее почвенные характеристики приведены в таблице 2.

Таблица 2. Почвенные и экосистемные показатели, включенные в БД МО (соответствующие условные обозначения используются на приводимых в статье графиках)

Обозначение в БД ЕТР	Экологический или физико-химический смысл	Единицы измерения
<i>LandUse</i>	Тип землепользования (агроценоз, лес, луг)	-
Рельеф	Характеристика рельефа (водороздел, склон и т.п.)	-
Глубина	Глубина отбора почвенных проб	см
Сорг.	Содержание органического вещества (C_{орг.}) в почве	%
<i>pH</i>	Величина pH почвы в водной вытяжке	-
<i>pH ()</i>	Величина pH почвы в солевой вытяжке	-
<i>Ca++</i>	Содержание обменного кальция	мг-экв./100 г
<i>Mg++</i>	Содержание обменного магния	мг-экв./100 г
<i>Na+</i>	Содержание обменного натрия	мг-экв./100 г
<i>K+</i>	Содержание обменного калия	мг-экв./100 г
<i>P₂O₅</i>	Содержание доступного фосфора	мг/100 г
<i>K₂O</i>	Содержание доступного калия	мг/100 г
Текстура	Гранулометрический состав почв	-

2. Нейросетевые модели как метод анализа данных

Нейронные сети, а точнее, нейросетевые алгоритмы обработки данных широко используются для обработки различных данных. Принципы работы нейронных сетей и алгоритмы обучения подробно описаны в литературе (см. например [25]) и на страницах Интернет-сайтов. Среди известных алгоритмов обучения нейронных сетей одним из самых эффективных является так называемый алгоритм обратного распространения ошибки [26]. Общий метод (алгоритм двойственного функционирования) приложим не только к нейронным сетям, но и к более широкому классу систем, на которых можно строить функционирование (системы с запаздыванием, распределённые системы и т.п.), например, он описан в [27–30]. Подробное математическое описание алгоритма обратного распространения ошибки можно найти в интернете, например, на сайте: http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_обратного_распространения_ошибки.

В данной работе использована нейросетевая надстройка к MS Excel, разработанная в Институте биофизики СО РАН [31]. Выбор этого инструмента обусловлен, тем, что вычислительная часть надстройки в виде динамически связываемого модуля оптимизирована по скорости вычислений для работы с большими массивами данных. Кроме того, в данной сети, в отличие от обычных нейронных сетей, нет слоев. Функционирование сети описывается следующим выражением:

$$y_k = a_k \left[\sum_i \sin \left(\sum_j x_{ij} A_j + b_{ik} \right) \right] + c_k \quad (1)$$

где $\{y_k\}$ – множество выходов нейронной сети; $\{A_j\}$ – множество входов; $\{x_{ij}\}$, $\{b_{ik}\}$, $\{a_k\}$, $\{c_k\}$ множество подстраиваемых параметров нейронной сети; k – номер выхода нейронной сети; i – номер нейрона; j – номер входа нейронной сети.

Оценка вклада конкретного входа в выходное значение сети это сумма квадратов коэффициентов x_{ij} по всем нейронам, т.е. по i .

Универсальные возможности нейронной сети данного типа для приближения непрерывных функций вытекают из доказательства, приведенного в статье [32].

Редукция количества входных показателей (предикторов) осуществлялась следующим образом. Используемая программа производит оценку значимости каждого из входных показателей для получения оценки. Это позволяет последовательно устранять наименее значимые показатели простым удалением соответствующего столбца данных из таблицы Excel. При этом, естественно, наблюдается некоторое ухудшение качества прогноза (формально соответствующее росту целевой функции) на каждом из шагов редукции, что компенсируется дополнительным обучением нейронной сети. Эта процедура продолжается до тех пор, пока качество прогноза остается на приемлемом уровне.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. На графике (рис. 1А) приведен результат сопоставления данных БД ЕТР для показателя C_{pool} (запасы ОВП, выраженные через пул углерода) с «прогнозом» нейронной сети в случае использования всех показателей, приведенных в базе данных. Очень хорошее качество описания данных указывает на возможность уменьшения числа учитываемых параметров. Причем ПТФ может быть реализована с использованием всего двух нейронов, что указывает на ее относительную простоту.

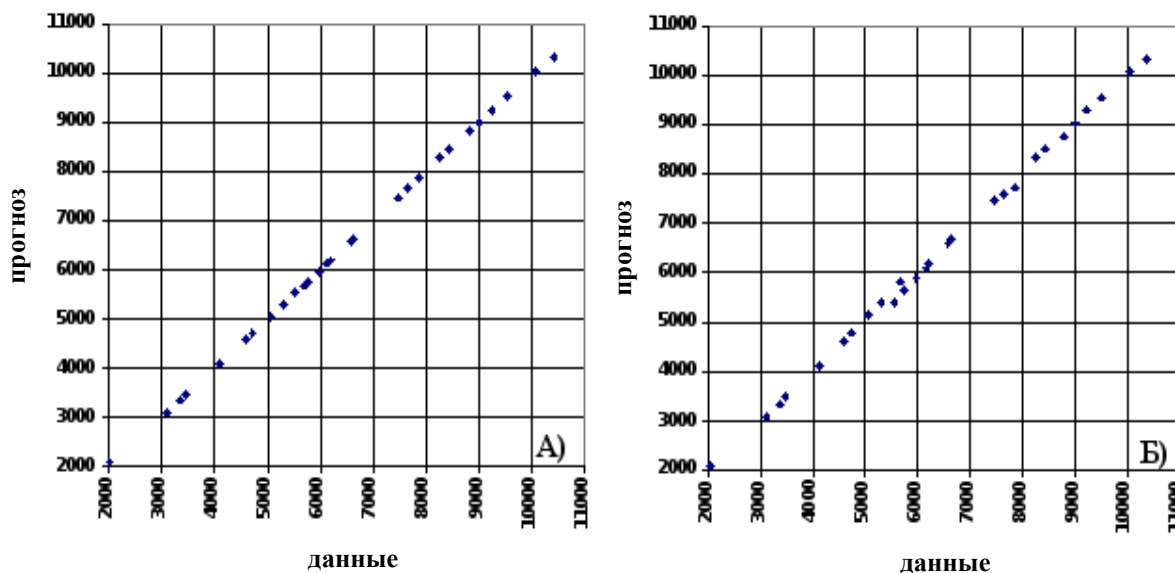


Рис. 1. Проверка качества описания данных (C_{pool} , г/м²) нейронной сетью: А – для 16 показателей; Б – для 2 показателей СЕС (емкость катионного обмена) и $lgK_{Al/Вс}$ (константа обмена между катионами Al и $Вс=Ca+Mg+K$).

Поскольку начальное состояние весовых коэффициентов нейронной сети задается генератором случайных чисел, то при каждом новом запуске алгоритм обучения начинает работу с новых начальных условий. В случае взаимозависимости входных показателей это приводит к формированию нейронных сетей с различными конфигурациями весовых коэффициентов и к выделению разных наборов значимых входных показателей. На рисунке 2 в качестве иллюстрации приведены гистограммы относительного вклада различных почвенных показателей в оцениваемую результирующую величину запасов ОВП. Уже по виду гистограмм 2А и 2В можно сделать вывод, что количество входных показателей можно свести как минимум к четырем. В итоге последовательной редукции количество входных показателей удалось уменьшить до двух-трех (в разных сочетаниях) без существенного уменьшения качества прогноза. Полученное качество описания для одного из сочетаний можно оценить по графику (рис. 1Б).

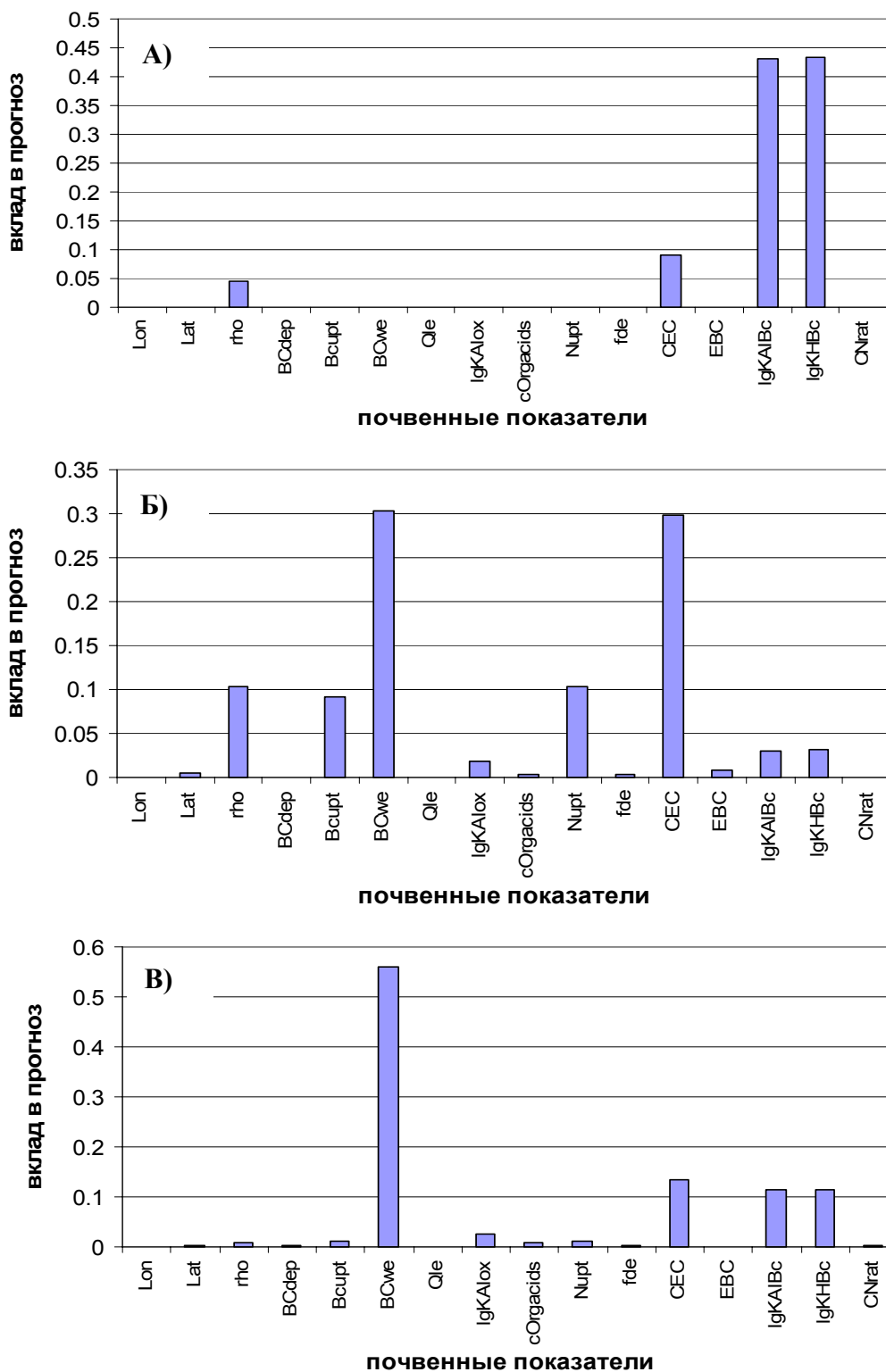


Рис. 2. Гистограммы вклада входных показателей в оценку C_{pool} (запасы органического вещества) для разных реализаций процедуры обучения нейронных сетей из разных начальных состояний. (условные обозначения в табл. 1).

Существенная редукция входных показателей позволяет представить зависимость между запасами ОВП и этими показателями графически, например, в виде семейства кривых (рис. 3). На графике видно, что ПТФ для выбранных предикторов и оцениваемой величины является очень простой и вся база данных РФ (БД ЕТР) в отношении выбранных параметров может быть заменена несложной формулой.

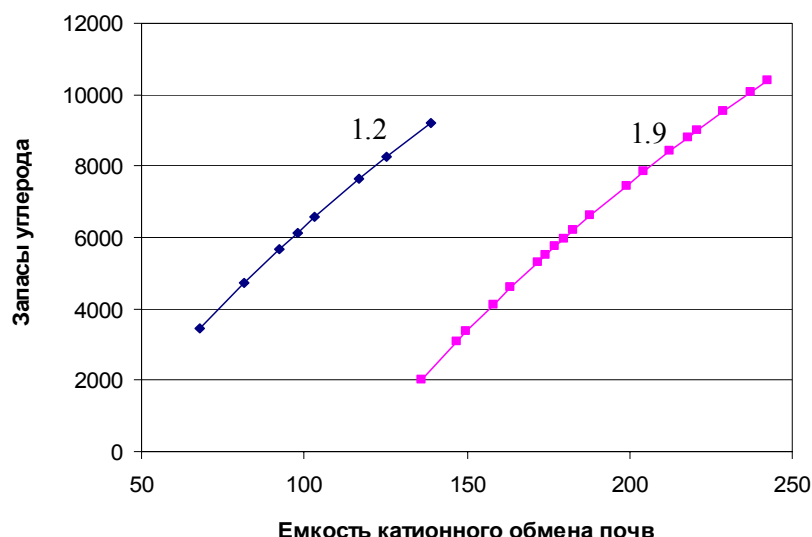


Рис. 3. Зависимость между запасами углерода в почве и емкостью катионного обмена и коэффициентом $\lg K_{AlBc}$ (значения $\lg K_{AlBc}$ приведены рядом с соответствующими им кривыми).

2. Помимо редукции данных, в прогнозных биогеохимических моделях (особенно региональных и глобальных) желательно, чтобы в качестве входных параметров использовались относительно доступные данные, например, стандартные метеорологические показатели. Метеоданные, использованные в данной работе, были получены с сайта *Climatic Research Unit, University of East Anglia* (<http://www.cru.uea.ac.uk/>). Поскольку координаты привязки почвенной информации в БД ЕТР не совпадали с координатами метеорологической базы данных, то значения метеопараметров для заданной географической точки были вычислены как линейные интерполяции по трем ближайшим точкам климатической базы данных. В результате исходная БД ЕТР была дополнена стандартными климатическими показателями (значениями среднемесячных температур воздуха и количества осадков).

При редукции расширенной базы данных оказалось, что одних климатических показателей недостаточно для оценки содержания ОВП; среди входных параметров обязательно должны присутствовать почвенные показатели. Однако климатические данные могут заменить некоторые почвенные параметры. Так на рисунке 4 приведена гистограмма вклада входных показателей в оценку C_{pool} , в их состав, помимо метеопараметров, входят два почвенных показателя: ρ_{ho} (объемный вес почвы) и $\lg K_{AlBc}$ (константа обмена между катионами Al и $Bc=Ca+Mg+K$). Следует отметить, что только двух этих почвенных показателей также недостаточно для получения качественной оценки C_{pool} . Дополнительно необходимо использовать 3-й показатель: либо $\lg K_{NBc}$ (константу обмена между N и Bc), либо BC_{we} (интенсивность внутрпочвенного выветривания катионов). Замена одного почвенного показателя на климатические данные позволяет получить требуемую оценку с хорошей точностью (рис. 5). Однако для этого пришлось использовать четыре нейрона, то есть выявление закономерности между климатическими показателями и пока неизвестным почвенным показателем привносит дополнительную сложность в ПТФ. Если использовать в качестве единицы измерения сложности количество нейронов, необходимых для представления закономерности, то, грубо говоря, переход к климатическим показателям удваивает сложность ПТФ.

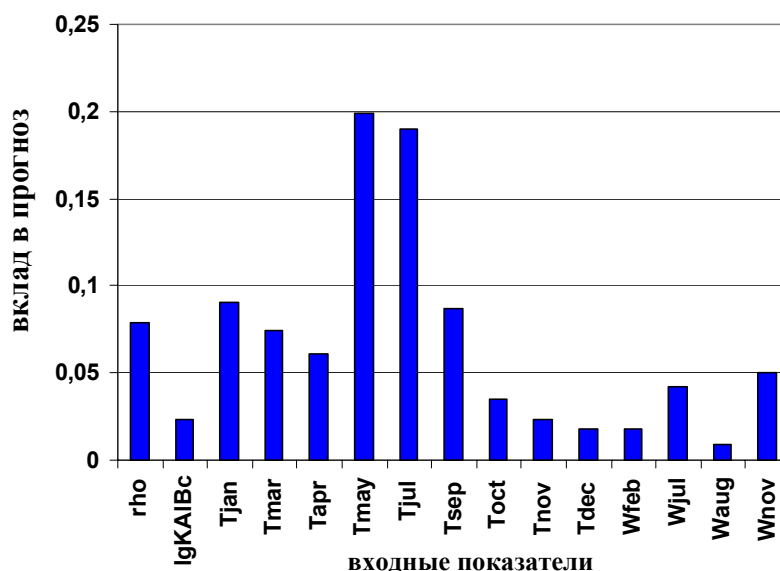


Рис. 4. Комбинация почвенно–климатических показателей, выбранных нейронной сетью для прогноза. Входные показатели: rho – объемный вес почвы; lgK_{AlBc} – константа обмена между катионами Al и Bc=Ca+Mg+K); Tm – среднемесячные температуры; Wm – месячное количество осадков; m – сокращенное название месяца.

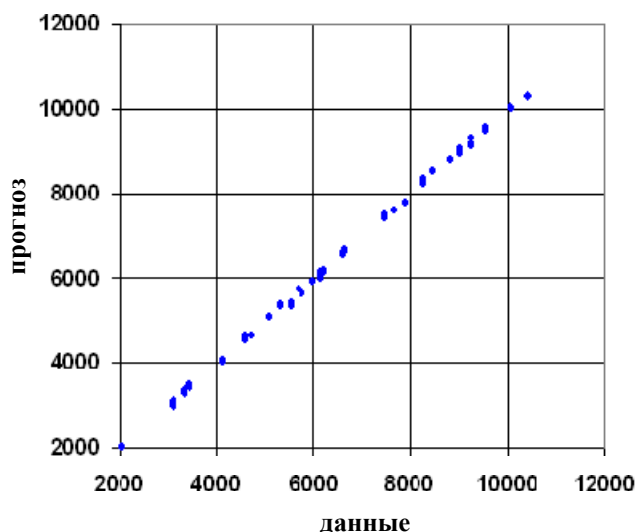


Рис. 5. Диаграмма соответствия "данные-прогноз" для показателей, указанных на рис. 4.

Для БД МО, включающей почвы природных (естественных) и сельскохозяйственных ландшафтов Подмосковья, первоначально не удалось выявить закономерностей в распределении содержания ОВП (выраженного через $C_{орг}$). Однако, исключив из базы данных почвы агроценозов, удалось найти определенные закономерности и, более того, уменьшить количество необходимых показателей до трех при сохранении качества прогноза (коэффициент детерминации R^2 во всех приведенных примерах близок к 0.96) (рис. 6). При этом количество нейронов, требуемое для реализации ПТФ, возросло с двух до четырех. Минимальные наборы параметров могут быть различными, что указывает на взаимозависимость показателей, и, значит, приводит к задаче выбора оптимального набора входных параметров (рис. 7).

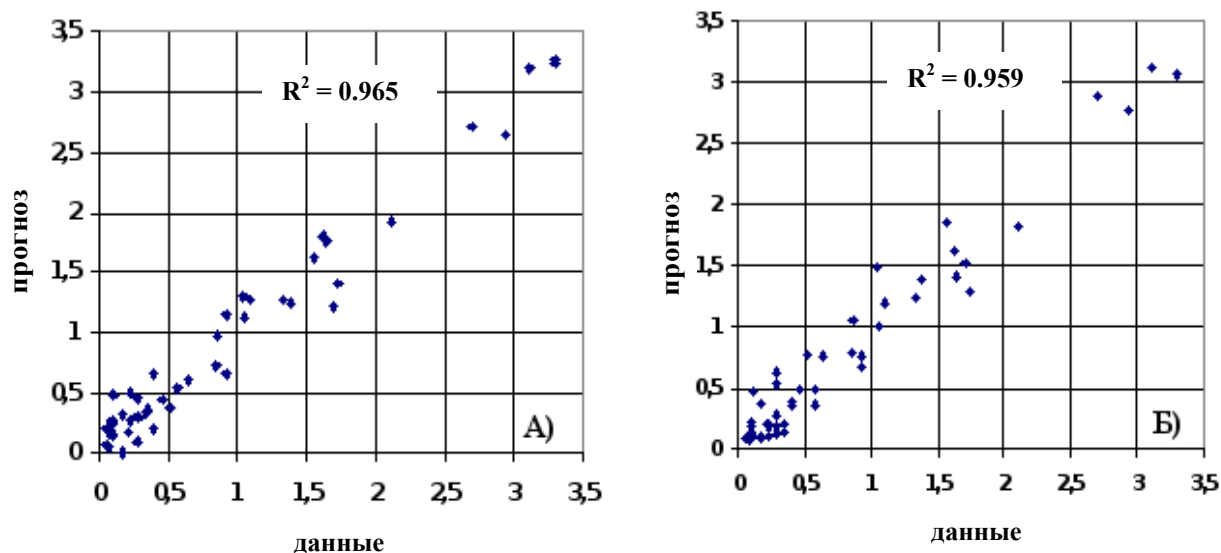


Рис. 6. Сравнение качества ПТФ для ($C_{орг}$, %), реализованных нейронной сетью: А – для 12 показателей (см. табл. 2); Б – для 3 показателей (глубина, Ca^{++} , текстура).

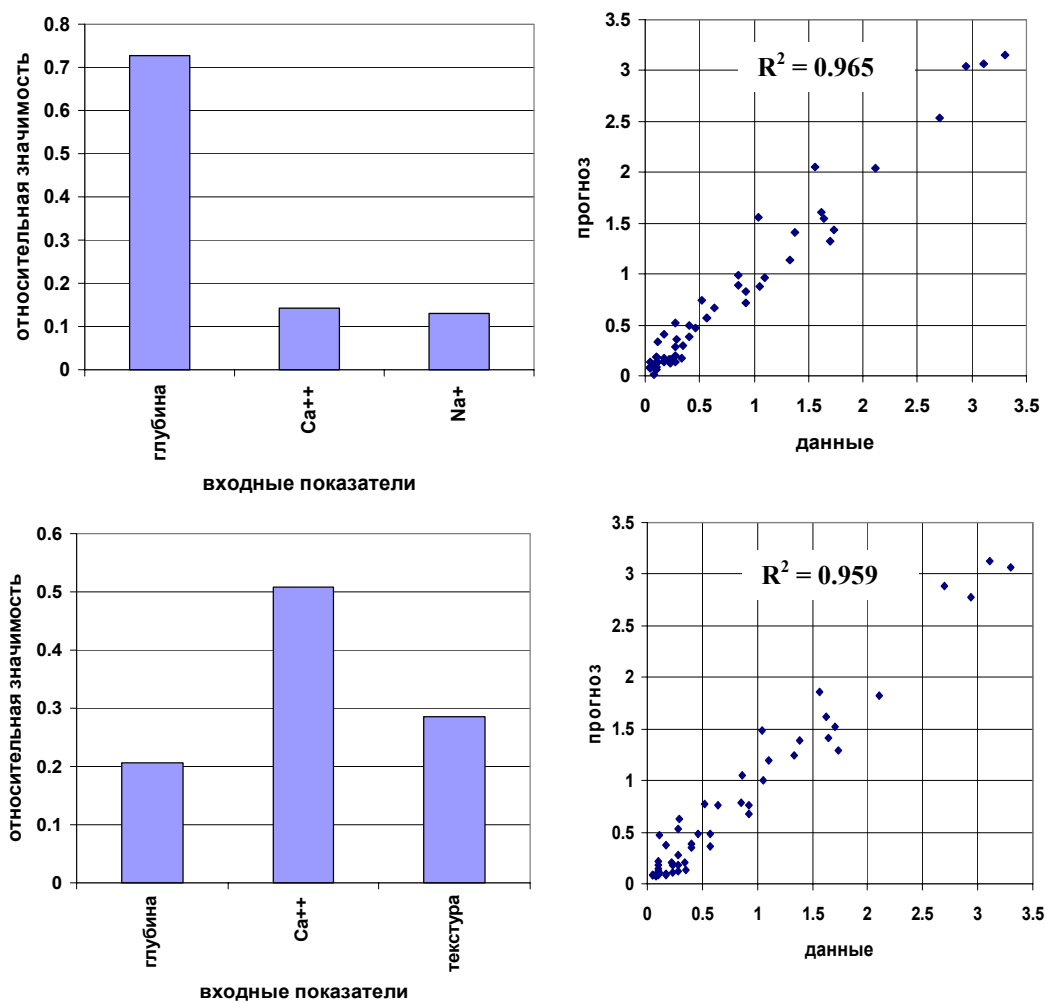


Рис. 7. Комбинации значимых входных показателей (слева) и соответствующие им диаграммы соответствия (справа).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты указывают на возможность представления выявленных зависимостей (ПТФ) в виде относительно простых математических формул вида (1). В свою очередь, это дает основание рассчитывать, если не на простоту возможной математической модели формирования почвы, то на простой вид зависимости стационарных состояний этой модели от рассмотренных параметров. Оценка сложности представления стационарного состояния системы важна, поскольку может служить эвристической подсказкой при построении математической модели формирования почвы.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 11–04–01116 и Интеграционного проекта СО РАН № 50.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смагин А.В., Садовникова Н.Б., Смагина М.В., Глаголев М.В., Шевченко Е.М., Хайдапова Дю.Д., Губер А.К. *Моделирование динамики органического вещества почв*. М.: Изд-во МГУ, 2001. 120 с.
2. Титлянова А.А., Тесаржова М. *Режимы биологического круговорота*. Новосибирск: Наука, 1991. 150 с.
3. Olson J.S. Energy storage and balance of producers and decomposers in ecological systems. *Ecology*. 1963. V. 44. P. 322–331.
4. Lenton T.M. Land and ocean carbon cycle feedback effects on global warming in a simple Earth system model. *Tellus*. 2000. V. 52. P. 1159–1188.
5. Чертов О.Г., Комаров А.С., Надпорожская М.А. Модели динамики органического вещества почв. В: *Моделирование динамики органического вещества в лесных экосистемах*. Под ред. Кудеярова В.Н. М.: Наука, 2007. С. 19–33.
6. Thuriès L., Pansu M., Feller C. Herrmann P., Remy J.–C. Kinetics of added organic matter decomposition in a Mediterranean soil. *Soil Biology & Biochemistry*. 2001. V. 33. P. 997–1010.
7. Чертов О.Г., Комаров А.С., Надпорожская М.А. ROMUL – модель динамики органического вещества в лесных и торфяных почвах и ее программная реализация В: *Моделирование динамики органического вещества в лесных экосистемах*. Под ред. Кудеярова В.Н. М.: Наука, 2007. С. 62–70.
8. Рыжова И.М. Анализ чувствительности системы почва–растительность к изменениям параметров круговорота углерода на основе математической модели. *Почвоведение*. 1993. № 10. С. 52–56.
9. Рыжова И.М. Анализ устойчивости почв на основе теории нелинейных динамических систем. *Почвоведение*. 2003. № 5. С. 583–590.
10. Смагин А.В. Режимы функционирования динамических биокосных систем *Почвоведение*. 1999. № 12. С.1433–1447.
11. Lin H. Three principles of soil change and pedogenesis in time and space. *Soil Science Society of America Journal*. 2011. V. 75 № 6
12. Wösten, J.H.M., Pachepsky Ya.A., Rawls W.J. Pedotransfer functions: bridging the gap between available basic data and missing soil hydraulic characteristics. *Journal of Hydrology*. 2001. V. 251. P. 123–150.
13. Шейн Е.В., Архангельская Т.А. Педотрансферные функции: состояние, проблемы, перспективы. *Почвоведение*. 2006. № 10. С. 1205–1217.
14. Minasny B. Predicting soil properties. *Jurnal Ilmu Tanah dan Lingkungan*. 2007. V. 7. № 1. P. 54–67.
15. Minasny B., McBratney A.B., Bristow K.L. Comparison of different approaches to the development of pedotransfer functions for water–retention curves. *Geoderma*. 1999. V. 93. P. 225–253.

16. Мердун Х. Альтернативные методы построения педотрансферных функций для гидрофизических почвенных характеристик. *Почвоведение*. 2010. № 1. С. 71–82.
17. Sarmadain F., Taghizadeh Mehrjardi R. Modeling of some soil properties using artificial neural network and multiple regression in Gorgan Province, North of Iran. *Global Journal of Environmental Research*. 2008. V. 2. № 1. P. 30–35.
18. Keshavarzi A., Sarmadian F. Comparison of artificial neural network and multivariate regression methods in predictiong soil cation exchange capacity. *International Journal of Environmental and Earth Sciences*. 2010. V. 1. № 1. P. 25–30.
19. Parvizi Y., Gorji M, Mahdian M.H., Omid M. Sensitivity analysis for determining priority of factors controlling SOC content in semiarid conditions of West of Iran. *World Academy of Science, Engineering and Technology*. 2010. V. 71. P. 927–931.
20. Parvizi Y., Gorji M, Omid M. Mahdian MH, Amini M. *Determination of soil organic carbon variability of rainfed crop land in semi-arid region (Neural Network Approach)*. *Modern Applied Science*. 2010. V. 4. № 7. P. 25–33.
21. Ayoubi S., Karchegani P.M. Determination the factors explaining variability of physical soil organic carbon fractions using artificial neural networks. *International Journal of soil science*. URL: <http://scialert.net/qredirect.php?doi=ijss.0000.33577.33577&linkid=pdf> (дата обращения: 21.11.2011).
22. Mouazen A.M., Kuang B., De Baerdemaeker, Ramon H. Comparison among principal component, partial least squares and back propagation neural network analyses for accuracy of measurement of selected soil properties with visible and near infrared spectroscopy. *Geoderma*. 2010. V. 158. P. 23–31.
23. Ingleby H.R., Crowe T.G. Neural network models for predicting organic matter content in Saskatchewan soils. *Canadian biosystems engineering*. 2001. V. 43. P. 7.1–7.5.
24. Posch M., Reinds G.J., Slootweg J. The European background database. In: *Modelling and mapping critical thresholds in Europe. RIVM Report 259101013/2003*. CCE. Bilthoven. The Netherlands. 2003. P. 37–44. URL: <http://www.rivm.nl/cce> (дата обращения: 21.11.2011).
25. Миркес Е.М. *М63 Нейроинформатика: Учебное пособие для студентов*. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2002. 347 с. URL: <http://www.softcraft.ru/neuro/ni/p00.shtml> (дата обращения: 21.11.2011).
26. Rummelhart D.E., Hinton G.E., Williams R.J. Learning representations by back-propagating errors. *Nature*. 1986. V. 323. P. 533–536.
27. Барцев С. И., Охонин В. А. *Адаптивные сети обработки информации*: препринт № 59Б Института физики СО АН СССР. Красноярск: Институт физики СО АН СССР, 1986. 20 с.
28. Охонин В. А. *Вариационный принцип в теории адаптивных сетей*: препринт № 61Б Института физики СО АН СССР. Красноярск: Институт физики СО АН СССР, 1987. 18 с.
29. Барцев С.И., Гилев С.Е., Охонин В.А. Принцип двойственности в организации адаптивных сетей обработки информации. В: *Динамика химических и биологических систем*. Новосибирск: Наука, 1989. С.6–55.
30. Горбань А.Н. *Обучение нейронных сетей*. М.: изд. СССР–США СП “ParaGraph”, 1990. 160 с.
31. Simonov K.V., Marchuk An.G., Okhonin V.A., Shchemel A.L. Using of nonlinear regression with fuzzy input data for analysis of seismicity. In: *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center, series: Mathematical Modeling in Geophysics, issue: 7*. NCC Publisher, Novosibirsk, 2002. P. 69–76.
32. Горбань А.Н. Обобщённая аппроксимационная теорема и вычислительные возможности нейронных сетей. *Сибирский журнал вычислительной математики*. 1998. Т. 1. С. 11–24.

Материал поступил в редакцию 29.11.2011, опубликован 10.01.2012.